Partie B : A(1,0)

1) $\Delta: x=1$

$(\zeta): (x-\frac{1}{2})^2 + y^2 = \frac{1}{4}$

2) D: y=m.x

3) a) $N(x,y) \in D \cap \zeta$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=m.x & (1) \\ (x-\frac{1}{2})^2 + y^2 = \frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = m.x & (1) \\ (x-\frac{1}{2})^2 + m^2.x^2 = \frac{1}{4} & (2) \end{cases}$$

$(2) \Leftrightarrow x^2 - x + m^2x^2 = 0 \Leftrightarrow x\left[(1+m^2)x - 1\right] = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x=\frac{1}{1+m^2}$

*or* $N \neq O$

*d'où* $x=\frac{1}{1+m^2}$ et $y=\frac{m}{1+m^2}$

$N(\frac{1}{1+m^2}, \frac{m}{1+m^2})$

b) on a : Q(1,m)

$\overline{OM} = \overline{NQ}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_M = x_Q - x_N \\ y_M = y_Q - y_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = \frac{m^2}{1+m^2} \\ y_M = \frac{m^3}{1+m^2} \end{cases}$$

c) $x_M.(x_M^2 + y_M^2) - y_M^2 = 0$

*d'où* $M \in C$

4) $M(x,y) \in C \Leftrightarrow x(x^2+y^2)-y^2=0$

a) pour x=0 on aura y=0 ; $M=O \in (\Gamma)$

b) $x \neq 0$ ; $m=\frac{y}{x} \rightarrow y=mx$

$x.(x^2+y^2)-y^2=0$ d'où $x(x^2 + m^2x^2) - m^2x^2 = 0$

$\Leftrightarrow x^2.\left[(1+m^2)x - m^2\right] = 0$

$\Leftrightarrow x = \frac{m^2}{1+m^2}$ (car $x \neq 0$) et $y=\frac{m^3}{1+m^2}$

$M \in (\Gamma)$ d'aprés 3) b)

c) $\left.\begin{array}{l} M \in (\Gamma) \Rightarrow M \in C \\ M \in C \Rightarrow M \in (\Gamma) \end{array}\right\}$ d'où $(\Gamma)=C$

partie C :

$t > 0$ . $D_t : y = t.x$

*d'aprés* B/ on a : $M(\frac{t^2}{1+t^2}, \frac{t^3}{1+t^2})$

A(1,0) $P(0,y_p)$

$\overline{AP}\begin{pmatrix} -1 \\ y_p \end{pmatrix}$ $\overline{AM}\begin{pmatrix} \frac{-1}{1+t^2} \\ \frac{t^3}{1+t^2} \end{pmatrix}$

$\det(\overline{AP},\overline{AM})=0 \Leftrightarrow \frac{-t^3}{1+t^2} + \frac{y_p}{1+t^2} = 0 \Leftrightarrow y_p = t^3$

d'où $P(0,t^3)$

b) A(1,0) ; Q(1,t)

$AQ=\sqrt{0^2+t^2} = |t| = t$

2) $OP=t^3$ et $AQ=t$

$AQ^3 = OP$

$AQ = \sqrt[3]{OP}$

*prenons* OP=t on aura $AQ=\sqrt[3]{t}$

## EX 26 :

partie A :

$f(x) = \sin(\frac{\pi}{2}x)$ ; $x \in [0,1]$

1) a) f est dérivable sur $[0,1]$

$f'(x)=\frac{\pi}{2}.\cos(\frac{\pi}{2}x)$

$0 \leq x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq \frac{\pi}{2}x \leq \frac{\pi}{2} \Rightarrow f'(x) \geq 0$

| x | 0 | | 1 |
|---|---|---|---|
| f '(x) | | + | 0 |
| f(x) | 0 | ↗ | 1 |

f est continue et strictement croissante sur [0,1] elle réalise donc une bijection de [0,1] sur f([0,1])=[f(0),f(1)]=[0,1]

Qarray.tn-Aqra Blech- Qarray.tn